кручения двусвязной области (или в каком либо классе двусвязных областей); 2) геометрический функционал обладает свойствами, аналогичными изопериметрическим свойствам жесткости кручения двусвязной области.

Жесткость кручения области геометрически интерпретируют как объем холма, построенного над областью, поверхность которого является значение функции напряжения. Из геометрической интерпретации следует, что в случае двусвязных областей геометрические функционалы, которые зависят только от функции расстояния до внешней границы области или только от функции расстояния до границы области, не будут удовлетворять указанным требованиям.

Работа поддержана РФФИ (проект 99-01-00366).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Авхадиев Ф. Г. *Конформные отображения и краевые задачи.* – Казань: Изд-во Казанский фонд "Математика", 1996. - 216 с.

2. Авхадиев Ф. Г., Салахудинов Р. Г. *Изопериметрические неравенства для моментов инерции и точные оценки в пространствах Бергмана*// В сб.: "Фонд научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ Республики Татарстан. Фундаментальные науки. Конкурс проектов '96". - Казань, 1998. - С. 157–165.

**И. Г. Салехова (Казань)**

# КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА РИМАНА И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЯ

Решение некоторых граничных задач, имеющих приложение в гидромеханике, теории упругости и других разделах математической физики, сводится к решению задачи Римана

$$\Phi^+(t) = G(t)\Phi^-(t) + g(t), \quad t \in L. \tag{1}$$

Так, например, видоизменённая задача Дирихле, смешанная задача для плоскости и полуплоскости сводится к задаче (1) с постоянным коэффициентом $G(t)$ и переменным свободным членом $g(t)$.

Интересным, с точки зрения приложений, является решение этих задач в случае счетного множества периодически расположенных щелей, а также в случае счетного множества щелей, периодически расположенных в правой полуплоскости. В этом случае мы имеем частный случай так называемой квазипериодической задачи Римана.

Пусть $L = \cup_{k=0}^{\infty} L_k$, где $L_k = (a_k, b_k)$ — отрезки вещественной оси, причем $L_0 = (a_0, b_0)$, $0 < a_0 < b_0 < 1$, а $L_k$ получены из $L_0$ с помощью преобразований $z + k$, $k \in \mathrm{N}$. Обозначим через $D_\delta = \cup_{k=0}^{\infty} D_\delta^k$, где $D_\delta^k = \{|z - c_k| < \delta\}$ — круг с центром в точке $c_k = a_k$, произвольно малого постоянного радиуса $\delta > 0$.

Требуется найти почти ограниченную при $z \to \infty, z \notin D_\delta$ функцию $\Phi(z) \in h(b_k)$ по условию (1), где $G(t) \equiv G_k$, $t \in L_k$, $G_k$ — константа, отличная от действительной положительной, $g(t) \in H(A, \mu)$, $\quad t \in [a_k, b_k]$, $\quad 0 < \mu < 1$.

Каноническая функция соответствующей однородной задачи имеет вид $\chi_b(z) = \prod\limits_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1-z/b_k}{1-z/a_k}\right)^{\alpha_k + i\beta_k}$, $\alpha_k + i\beta_k = \frac{\ln G_k}{2\pi i}$, где под $\ln G_k$ понимается значение, определяемое условием $0 < \arg G_k < 2\pi$ . С помощью канонической функции общее решение задачи (1) запишется в виде

$$\Phi(z) = C\chi_b(z) + \frac{\chi_b(z)}{2\pi i} \int_{L_0} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{g(x+k)}{\chi_b^+(x+k)} \left(\frac{1}{x+k-z} - \frac{1}{x+k}\right) dx.$$

Каноническая функция в классах $h_0, h(c_k), h(c_{k_n})$ имеет соответственно вид $\chi_0(z) = \chi_b(z)\frac{\Gamma(b_0 - z)}{\Gamma(b_0)}$, $\chi_c(z) = \chi_b(z)\frac{\Gamma(a_0)}{\Gamma(a_0 - z)}$,

$$\chi(z) = \chi_b(z)\frac{\prod_1(z)}{\prod_2(z)}, \prod\nolimits_1(z) = \prod_{a_k \in C_{k_n}} \left(1 - \frac{z}{a_k}\right) e^{\frac{z}{a_k}},$$

$\prod_2(z) = \prod\limits_{b_k \notin C_{k_n}} \left(1 - \frac{z}{b_k}\right) e^{\frac{z}{b_k}}$, где $C_{k_n} = \{c_{k_n}\}$ — любая подпоследовательность последовательности всех концов $C_k = \{c_k\}$, $\Gamma(z)$ — гамма-функция Эйлера.

Полученные результаты применяются к решению видоизменённой задачи Дирихле, а также смешанной задачи для плоскости и полуплоскости.

**Р. Б. Салимов, П. Л. Шабалин (Казань)**

## НОВЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ГИЛЬБЕРТА ДЛЯ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ В ДВУСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ

Пусть $D$ — круговое кольцо в плоскости комплексного переменного $z$. Обозначим через $L = L_1 \bigcup L_0$ границу области $D$, причем для точек линий $L_1, L_0$ имеем соответственно $|z| = q, |z| = 1$.

Требуется найти функцию $F(z)$, аналитическую и однозначную в области $D$, непрерывно продолжимую на границу (за исключением, возможно, конечного числа точек), по краевому условию

$$\mathrm{Re}[(a(t) + ib(t))F(t)] = c(t),$$

где $a(t), b(t), c(t)$ — заданные на $L$ действительные функции точки $t$, непрерывные или имеющие разрывы первого рода в конечном числе точек $t_{j,k}$, $k = \overline{1,p}$, $j = 0, 1$. При этом будем считать, что искомая функция $F(z)$ может быть неограниченной вблизи некоторых из точек $t_{j,k}$ и удовлетворет в этом случае условию

$$|F(z)| < C|z - t_{j,k}|^{-\mu}, \; 0 < \mu < 1.$$

Реализуется новый подход к решению поставленной задачи, основанный на непосредственном построении общего решения однородной задачи с аналитическим выделением особенностей коэффициентов. После этого общее решение неоднородной задачи сводится к задаче Шварца для кругового кольца с непрерывными краевыми условиями. Исследована картина разрешимости задачи, приведены формулы общего решения.